I. 以下の問いに答えなさい。

(i) 正の実数x, yについて，xとyの相加平均を5とする。また，4を底とするx, yの対数をそれぞれX, Yとしたとき，XとYの相加平均は1であるとする。このとき，$x<y$とすると，$x=\boxed{(1)}$, $y=\boxed{(2)}$である。

(ii) 点Aを，放物線$C_1 : y=x^2$上にある点で，第1象限（$x>0$かつ$y>0$の範囲）に属するものとする。そのうえで，次の条件をみたす放物線$C_2 : y=-3(x-p)^2+q$を考える。

1. 点Aは，放物線C_2上の点である。

2. 放物線C_2の点Aにおける接線をℓとするとき，ℓは放物線C_1の点Aにおける接線と同一である。

点Aの座標を(a, a^2)とするとき，

$$p=\frac{\boxed{(3)}}{\boxed{(4)}}a, \qquad q=\frac{\boxed{(5)}}{\boxed{(6)}}a^2$$

と表せる。また，直線ℓ，放物線C_2，および直線$x=p$で囲まれた部分の面積は$\dfrac{\boxed{(7)}}{\boxed{(8)}\boxed{(9)}}a^3$である。

II. a, k, n は正の整数で，$a < k$ とする。袋の中に k 個の玉が入っている。そのうち a 個は赤玉で，残りの $k-a$ 個は青玉である。

「袋から1個の玉を取り出し，色を調べてから袋に戻すとともに，その玉と同色の玉を n 個袋に追加する」という操作を繰り返す。

(i) 1回目に赤玉が出たとき，2回目に赤玉が出る確率は

（ア）

である。

(ii) 2回目に赤玉が出る確率は

（イ）

である。

(iii) 2回目に青玉が出たとき，1回目に赤玉が出ていた確率は

（ウ）

である。

(iv) この操作を3回繰り返す。1回ごとに赤玉が出たら1点，青玉が出たら2点を得るとき，得点の合計が4点になる確率は

（エ）

である。

III. 点Oを原点とする座標平面上の点P，Q，Rを，ベクトル$\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(1,2)$を用い，位置ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=f(t)\,\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=f(t+2)\,\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=g(t)\,\vec{b}$で定める。ここで，$f(t)$, $g(t)$は，実数tを用いて

$$f(t)=9t^2+1, \qquad g(t)=\frac{1}{8}(t^2-6t+9)$$

で表される。

(i) $\vec{a}$と$\vec{b}$のなす角をθとする。ただし，$0 \leqq \theta \leqq \pi$とする。このとき，

$$\sin\theta = \frac{\boxed{(10)}}{\boxed{(11)}}$$

である。

(ii) $t=-\boxed{(12)}$のとき，点Pと点Qが一致する。それ以外のとき，点P，Q，Rは異なる3点となり，$t=\boxed{(13)}$のときその3点が一直線上に並ぶ。

(iii) $-\dfrac{4}{3} \leqq t \leqq 4$の範囲において，上記(ii)以外のとき，$\triangle$PQRの面積は$t=\dfrac{\boxed{(14)}}{\boxed{(15)}}$で最大値$\boxed{(16)\,(17)}$をとる。

IV. 座標平面上でx座標とy座標がいずれも整数である点を格子点と呼ぶ。それぞれの正の整数nについて，4つの格子点$\mathrm{A}_n(n, n)$，$\mathrm{B}_n(-n, n)$，$\mathrm{C}_n(-n, -n)$，$\mathrm{D}_n(n, -n)$がつくる正方形をJ_nとする。また，$(n-1, n)$にある格子点をP_nとする。

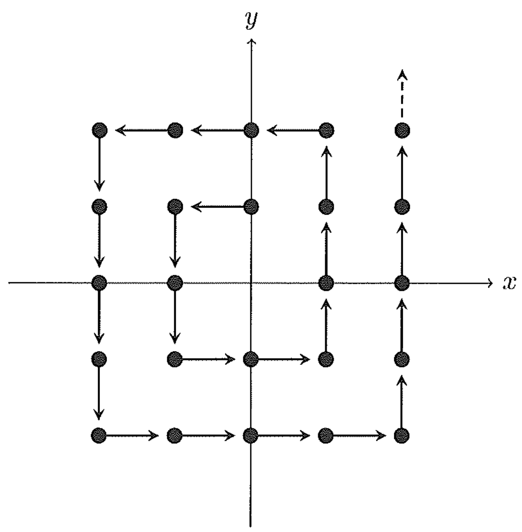
$\{a_k\}$を初項a_1が-56で，公差が$\dfrac{1}{4}$の等差数列とし，数列$\{a_k\}$の各項を以下のようにして格子点上に順番に割り当てていく。

1. 初項a_1は格子点P_1に割り当てる。

2. a_ℓが正方形J_mの周上にある格子点でA_m以外の点に割り当てられているときには，J_mの周上でその点から反時計回り（下図での矢印が示す方向）に一つ移動した格子点に$a_{\ell+1}$を割り当てる。

3. a_ℓが格子点A_mに割り当てられているときには，$a_{\ell+1}$を格子点P_{m+1}に割り当てる。

全体としては，下図に示されているようにして，格子点をたどっていくことになる。



このとき，以下の問いに答えなさい。

(i) 格子点 P_n に割り当てられる数列 $\{a_k\}$ の項を p_n とし，格子点 C_n に割り当てられる数列 $\{a_k\}$ の項を c_n とする。このとき，

$$p_4 = -\boxed{(18)\ (19)}, \qquad c_4 = -\frac{\boxed{(20)\ (21)\ (22)}}{\boxed{(23)}}$$

である。

(ii) 上で定めた p_n を用いて，q_n を数列 $\{p_n\}$ の初項 p_1 から第 n 項 p_n までの和とする。q_n を n を使って表すと，

$$q_n = \frac{\boxed{(24)}}{\boxed{(25)}}n^3 - \frac{\boxed{(26)\ (27)\ (28)}}{\boxed{(29)}}n$$

である。

(iii) 上で定めた q_n が最小値をとるのは，$n = \boxed{(30)}$ もしくは $n = \boxed{(31)}$ のときであり，その値は $-\boxed{(32)\ (33)\ (34)}$ である。